به نام خدا



سایت گروه آموزشی آلم

ابتدایی، راهنمایی، دبیرستان، کنکور و دانشگاه

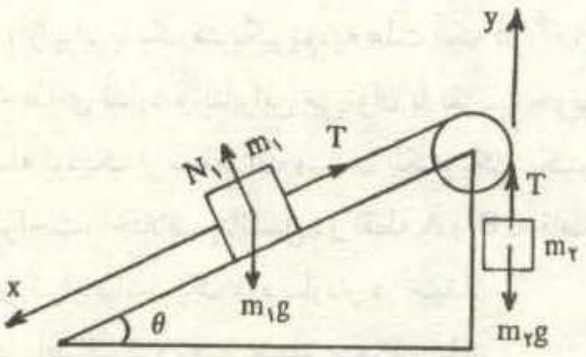
www.g-alm.ir	
www.g-alm.ir/ac	دانشگاه
www.g-alm.ir/forum	انجمن
www.g-alm.ir/azmoon	آزمون های آلم
www.g-alm.ir/shop	فروشگاه
www.film.g-alm.ir	فیلم های آموزشی

www.g-alm.ir

۲

حل مسئله‌ها

۱ـ در شکل (۸ – ۷۲) نیروهای وارد بر دو جرم m_1 و m_2 نشان داده شده است. نیروهای T که به دو جرم وارد شده است نیروی کشش نخ است که چون نخ بدون جرم است و نیز نخ با قرقره اصطکاک ندارد، مساوی گرفته شده است (برای توضیح به صفحه ۲۸ مراجعه شود) محور y را در راستای قائم فرض می‌کنیم و برای حرکت جرم m_2 که نیروهای وارد بر آن در راستای این محور است، داریم.



شکل (۸ ـ ۷۲)

$$T - m_2g = m_2a_2 \quad (۲۰ - ۸)$$

محور x را نیز به موازات سطح شیبدار که حرکت جرم m_1 در راستای آن است می‌گیریم و برای حرکت آن داریم.

$$m_1g \sin\theta - T = m_1a_1 \quad (۲۱ - ۸)$$

در رابطه (۸ – ۲۰) a_2 شتاب جرم m_2 در راستای محور y و به طرف بالاست. در رابطه (۸ – ۲۱) a_1 شتاب جرم m_1 و به طرف پایین سطح شیبدار است، زیرا در هر دو رابطه نیروها را باتوجه به جهت مثبت انتخاب شده برای محور نوشته‌ایم. آشکار است که به هر اندازه که جرم m_2 بالا رود، جرم m_1 به همان اندازه پایین می‌آید زیرا طول نخ ثابت فرض شده است، پس داریم.

$$a_1 = a_2 \quad (۲۲ - ۸)$$

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

از سه رابطه بالا داریم:

$$a = \frac{m_1 \sin\theta - m_2}{m_1 + m_2} g \qquad (۲۳ - ۸)$$

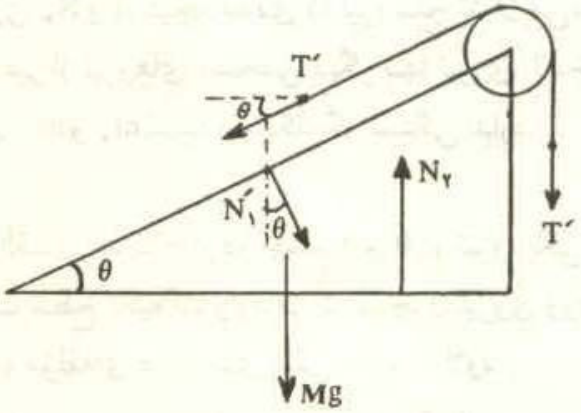
$$T = \frac{m_1 m_2 (1 + \sin\theta)}{m_1 + m_2} g \qquad (۲۴ - ۸)$$

چون جرم m_1 در راستای عمود بر سطح شیبدار حرکتی ندارد، باید نیروهای وارد بر آن در این راستا صفر باشد. باتوجه به شکل (۸ - ۷۲) داریم:

$$N_1 - m_1 g \cos\theta = 0$$

$$N_1 = m_1 g \cos\theta \qquad (۲۵ - ۸)$$

در شکل (۸ - ۷۳) نیروهای وارد بر سطح شیبدار و قرقره و نخ روی آن نشان داده شده است. در این شکل Mg نیروی وزن سطح شیبدار و N_2 نیرویی است که کفه نیرو سنج بر آن وارد می‌کند. چون اصطکاک بین اجزای دستگاه صفر فرض شده است، این نیرو عمود بر سطح کفه در نظر گرفته شده است. دو نیروی T' واکنش دو نیروی T است که از طرف دو جرم m_1 و m_2 بر نخ وارد می‌شود و N'_1 نیز واکنش نیروی N_1 است که از طرف جرم m_1 برسطح شیبدار وارد می‌شود.



شکل (۸ ـ ۷۳)

سطح شیبدار حرکتی ندارد، یعنی شتابش صفر است. چون نخ با قرقره اصطکاک ندارد، قرقره نیز نمی‌گردد، بنابراین شتاب قرقره نیز صفر است و علاوه بر آن جرم نخ نیز صفر است. به این ترتیب باید برآیند نیروهای وارد بر مجموعه سطح شیبدار صفر باشد. اگر این برآیند را در راستای قائم به دست آوریم، داریم:

$$N_2 - Mg - N'_1 \cos\theta - T' - T' \sin\theta = 0$$

$$N_2 = Mg + N'_1 \cos\theta + T' (1 + \sin\theta) \qquad (۲۶ - ۸)$$

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

چون T' و N'_1 به ترتیب با T و N_1 مساوی هستند، می‌توان مقدار آنها را از رابطه‌های (۸ - ۲۴) و (۸ - ۲۵) در رابطه بالا قرار دارد. داریم:

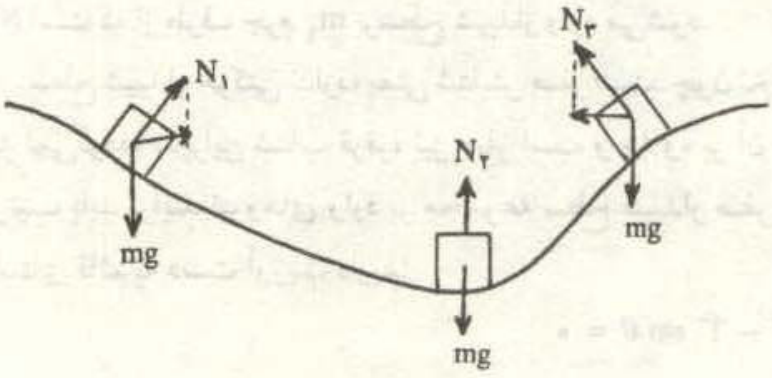
$$N_2 = Mg + m_1 g \cos^2\theta + \frac{m_1 m_2 (1 + \sin^2\theta)^2}{m_1 + m_2} g \quad (۲۷ - ۸)$$

واکنش N_2، نیرویی است که سطح شیبدار بر کفه نیروسنج وارد می‌کند و نیروسنج عددی برابر این نیرو را نشان می‌دهد. چون واکنش نیروی N_2 با خود آن هم اندازه است، پس نیروسنج عددی را که از رابطه (۸ - ۲۷) به دست می‌آید، نشان می‌دهد.

از رابطه (۸ - ۲۳) پیداست که اگر $m_1 \sin\theta > m_2$ باشد، شتاب حرکت مثبت است، یعنی همان طور که ما فرض کرده‌ایم، جرم m_2 بالا رفته و جرم m_1 روی سطح شیبدار پایین می‌آید. در حالی که اگر $m_1 \sin\theta < m_2$ باشد شتاب حرکت منفی است و برخلاف آنچه فرض کرده‌ایم، جرم m_2 پایین آمده و جرم m_1 روی سطح شیبدار بالا می‌رود. در این حال اندازه شتاب همان است که از رابطه یاد شده به دست می‌آید. توجه شود که مثبت یا منفی بودن شتاب تغییری در نیروی N_2 و درنتیجه عددی که نیروسنج نشان می‌دهد ندارد. این به آن دلیل است که در نیروی N_2 غیر از نیروهای مشخص دیگر تنها نیروی T دخالت دارد و این نیرو نیز به کوچک و بزرگ بودن m_1 و m_2 نسبت به یکدیگر بستگی ندارد.

۲-

الف) بر هرکدام از دو جسم A و B دو نیرو، یکی از طرف کره زمین، وزن و دیگری نیرویی از طرف سطح تکیه‌گاه وارد می‌شود. چون نیروی وزن در هر دو مورد قائم است، بنابراین نیروی وزن، مؤلفه‌ای در راستای افقی ندارد. علاوه بر آن چون میان هر دو جسم با سطح، اصطکاک وجود ندارد، نیرویی که سطح بر هر یک از دو جسم وارد می‌کند، بر سطح تکیه‌گاه عمود است (اگر نیروی سطح برسطح عمودنباشد، مؤلفه‌ای مماس برسطح دارد که‌همان نیروی اصطحکاک است)بنابراین نیروی افقی وارد برجسم A همواره صفراست، اما درمورد جسم B این‌طورنیست. در شکل (۸ - ۷۴) جسم B در سه موقعیت از مسیر خود نشان داده شده است. اگر جهت مثبت محور افقی را به راست بگیریم، همان‌طور که از شکل

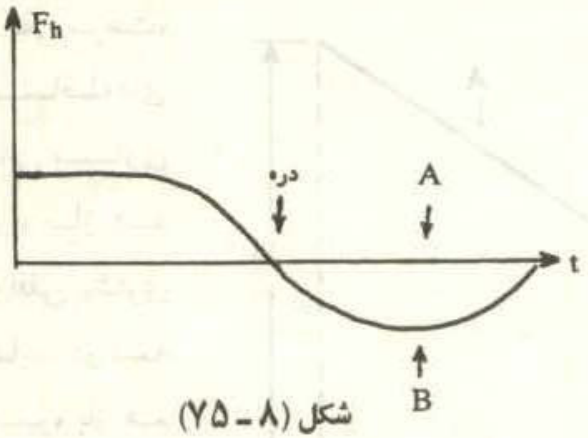


شکل (۸ - ۷۴)

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

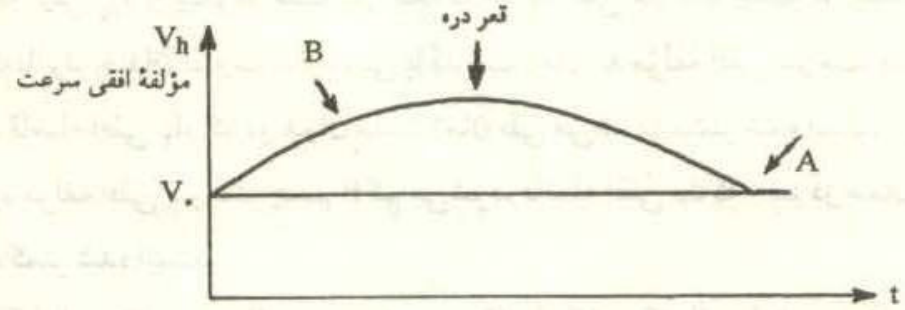
پیداست نیروی افقی وارد برجسم B در ابتدای مسیر تا درّه مثبت، در قعر درّه صفر و از قعر درّه تا پایان مسیر منفی است. بنابراین نمودار مؤلفهٔ افقی نیروی وارد برجسم به‌ترتیبی است که در شکل (۸ - ۷۵) نشان داده شده است.



شکل (۸ ـ ۷۵)

ب) چون در تمام طول مسیر هیچ نیروی افقی برجسم A وارد نمی‌شود. حرکت آن یکنواخت بوده ومؤلفهٔ افقی سرعت جسم A در تمام طول مسیر ثابت و برابر V_0 خواهد بود.باتوجه به شکل (۸ - ۷۴)، در تمام مدتی که جسم B به طرف قعر درّه می‌رود، نیروی افقی در همان جهت سرعت به آن وارد می‌شود. این نیروی افقی، شتابی افقی به جسم B می‌دهد که بر سرعت آن می‌افزاید. بنابراین در فاصله ابتدای درّه تا قعر آن دائماً بر سرعت افقی جسم B افزوده می‌شود.

هنگامی که جسم B از قعر درّه به بالا می‌رود، نیروی افقی منفی که در خلاف جهت مؤلفهٔ افقی سرعت آن است برجسم B وارد می‌شود. این نیرو شتابی به جسم B می‌دهد که دائماً اندازه مؤلفهٔ افقی سرعت آن را کم می‌کند. بنابراین مؤلفهٔ افقی سرعت دو جسم A و B برحسب زمان، مشابه شکل (۸ - ۷۶) خواهد بود.

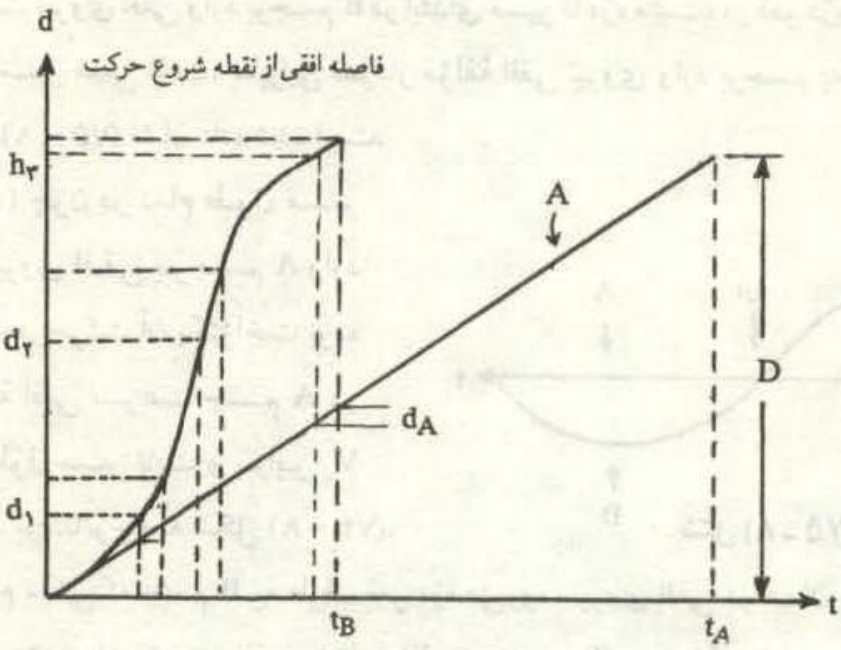


شکل (۸ ـ ۷۶)

ج) چون جسم A تمام مسیر را با سرعت یکنواخت V_0 می‌پیماید، فاصله افقی آن از نقطه شروع حرکت به طور خطی با زمان تغییر می‌کند. ولی جسم B در نیمه اول مسیر دائماً بر مؤلفهٔ افقی سرعتش اضافه می‌شود و بنابراین در یک فاصله زمانی مساوی فاصله افقی بیشتری را

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir



شکل (۸ ـ ۷۷)

می‌پیماید و به علت زیاد شدن مؤلفه افقی سرعت، در فاصله‌های زمانی مساوی بعدی، باز هم فاصله افقی بیشتری می‌پیماید. در نیمه دوم مسیر، باز هم مؤلفه افقی سرعت جسم B از سرعت جسم A بیشتر است ولی چون مرتّب از این مؤلفه سرعت کم می‌شود، با گذشت زمان در یک فاصلهٔ زمانی معیّن فاصله‌های افقی کمتری را می‌پیماید. بنابراین نمودار فاصله افقی دو جسم از نقطه شروع حرکت نسبت به زمان، مشابه شکل (۸ - ۷۷) خواهد بود. فاصله افقی که جسم B در سه زمان کوتاه مساوی می‌پیماید در شکل با d_1، d_2، d_3 نشان داده شده است. در همین مدت زمان کوتاه جسم A، فاصله افقی d_A را پیموده است. در ابتدا که مؤلفهٔ افقی سرعت جسم B چندان زیاد نشده است، d_1 با d_A چندان تفاوت ندارد ولی با گذشت زمان که مؤلفهٔ افقی سرعت جسم B زیادتر می‌شود، فاصله افقی d_2 که در همان مدت زمان طی می‌شود، بیشتر شده است. در پایان مسیر که دوباره مولفه افقی سرعت جسم B کم می‌شود، فاصله افقی d_3 که آنهم در همان مدت زمان طی شده کمتر شده است.

د) آشکار است که جسم B و جسم A هر دو فاصله افقی یکسانی را تا رسیدن به پایان مسیر می‌پیمایند. ولی چون سرعت افقی جسم B در تمام مسیر از سرعت افقی جسم A بیشتر است، جسم B زودتر به پایان مسیر می‌رسد. از شکل (۸ - ۷۷) نیز همین بر می‌آید زیرا یک فاصله افقی معین مثلاً D، توسط جسم A در مدت t_A و توسط جسم B در مدت t_B که کوچکتر از t_A است، پیموده شده است.

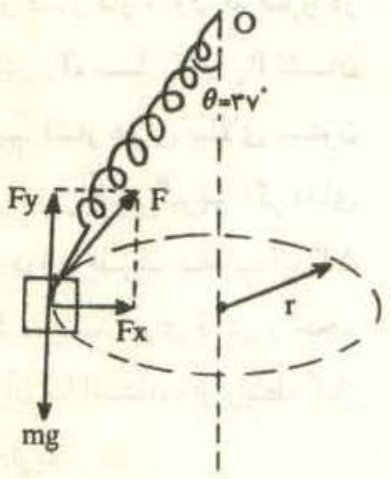
www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

۳ ـ در شکل (۸ ـ ۷۸) نیروهای وارد برجسم m نشان داده شده است. نیروی mg از طرف کره‌زمین و نیروی F از طرف فنر برجسم وارد شده است. نیروی کشسانی F را روی دو محور قائم و محور افقی تصویر می‌کنیم. داریم:

$F_y = F\cos\theta \quad F_x = F\sin\theta$

چون جسم روی یک دایره می‌گردد و حرکتش دایره‌ای یکنواخت است، شتاب آن، شعاعی و به طرف مرکز دایره است. بنابراین برآیند نیروهای وارد برجسم باید در راستای شعاع و به طرف مرکز دایره باشد.از طرفی در راستای قائم شتاب صفر است و باید برآیند نیروهای وارد برجسم در راستای قائم صفر باشد. داریم:



شکل (۸ ـ ۷۸)

$F \times ۰/۸ = mg = ۲ \times ۱۰ \Rightarrow F = ۲۵\ N$

این نیرو سبب افزایش طول فنر می‌شود. با استفاده از قانون هوک داریم:

$F = K\Delta\ell \longrightarrow \Delta\ell = \frac{۲۵}{۲۵۰} = ۰/۱\ m$

چون طول اولیه فنر $\ell_۰ = ۰/۳\ m$ بوده‌است، هنگامی که فنر کش می‌آید، طول آن چنین خواهد بود:

$\ell = \ell_۰ + \Delta\ell = ۰/۳ + ۰/۱ = ۰/۴\ m$

از شکل (۸ ـ ۷۸) پیداست که نیروی F_x در راستای شعاع دایره‌ای است که جسم روی آن می‌گردد و این نیرو شتاب شعاعی را به وجود می‌آورد. داریم:

$F\sin\theta = mr\omega^۲ = m(\ell\sin\theta)\omega^۲$

$۲۵ \times ۰/۶ = ۲ \times (۰/۴ \times ۰/۶)\omega^۲$

$\omega^۲ = \frac{۲۵}{۰/۸} = ۳۱/۲۵$

$w = \sqrt{۱۳/۲۵} = ۵/۶\ Rad/s$

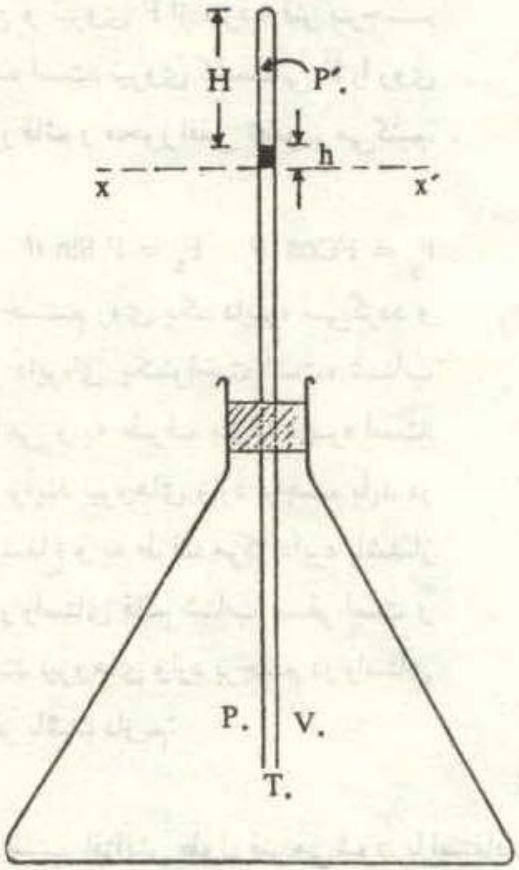
با داشتن ω، می‌توان دوره حرکت جسم روی دایره را از رابطه زیر به دست آورد.

$T = \frac{۲\pi}{\omega} = \frac{۲ \times ۳/۱۴}{۵/۶} = ۱/۱۲\ s$

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

۴ ـ دماسنج موردنظر در شکل (۸ ـ ۷۹) نشان داده شده است. حجم و فشار گاز درون ظرف را در دمای $T_\circ$، با $V_\circ$ و $P_\circ$ نشان می‌دهیم. فشار هوای بالای ستون جیوه را نیز $P'_\circ$ می‌گیریم. اگر دمای هوای درون ظرف به اندازه ΔT تغییر کرده باشد، برای فشار و حجم جدید آن با استفاده از رابطه گاز کامل داریم.



شکل (۸ ـ ۷۹)

$$\frac{P_\circ V_\circ}{T_\circ} = \frac{PV}{T_\circ + \Delta T} \qquad (۲۸ ـ ۸)$$

در رابطهٔ بالا P و V به‌ترتیب فشار و حجم گاز درون ظرف پس از تغییر دما است. چون تغییر حجم هوای درون ظرف نسبت به حجم آن کوچک فرض شده است، می‌توان با تقریب خوبی V را با $V_\circ$ برابر گرفت. بنابراین از رابطه (۸ ـ ۲۸) داریم:

$$P = P_\circ \frac{T_\circ + \Delta T}{T_\circ} \qquad (۲۹ ـ ۸)$$

از رابطه (۸ ـ ۲۹) می‌توان تغییر فشار هوای درون ظرف را به دست آورد.

$$\Delta P = P - P_\circ = P_\circ \left(\frac{T_\circ + \Delta T}{T_\circ} - ۱\right) = P_\circ \frac{\Delta T}{T_\circ} \qquad (۳۰ ـ ۸)$$

تغییر حجم هوای درون ظرف سبب تغییر حجم هوای بالای ستون جیوه خواهد شد. چون انتقال گرما از هوای درون ظرف به هوای بالای ستون جیوه ناچیز فرض شده است، دمای هوای بالای ستون جیوه ثابت درنظر گرفته می‌شود و داریم:

$$P'_\circ \times HS = P'(H + \Delta H)S \qquad P' = P'_\circ \frac{H}{H + \Delta H} \qquad (۳۱ ـ ۸)$$

در رابطه (۸ ـ ۳۱) ΔH تغییر ارتفاع هوای بالای ستون جیوه و S سطح مقطع لوله است. تغییر

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

فشار هوای بالای ستون جیوه چنین است:

$$\Delta P' = P' - P'_{\circ} = P'_{\circ} \left(\frac{H}{H + \Delta H} - ۱\right) = P_{\circ}' \frac{-\Delta H}{H + \Delta H} \qquad (۳۲ - ۸)$$

با استفاده از شکل (۸ ـ ۷۹) می‌توان دریافت که در هر دمایی فشار هوای درون ظرف برسطح پایینی ستون جیوه باید با مجموع فشار هوای بالای ستون جیوه و نیز فشاری که خود ستون جیوه ایجاد می‌کند، برابر باشد. در دمای $T_{\circ}$ داریم:

$$P_{\circ} = P'_{\circ} + \rho gh \qquad (۳۳ - ۸)$$

پس از تغییر دما نیز باید مشابه رابطهٔ بالا برقرار باشد و داریم:

$$P = P' + \rho gh \qquad (۳۴ - ۸)$$

اگر طرفین رابطه‌های (۸ ـ ۳۳) و (۸ ـ ۳۴) را از هم کم کنیم، نتیجه زیر به‌دست می‌آید.

$$P - P_{\circ} = P' - P_{\circ} \rightarrow \Delta P = \Delta P' \qquad (۳۵ - ۸)$$

رابطه (۸ ـ ۳۵) را به‌روش دیگری نیز می‌توان به دست آورد. چون ستون جیوه همواره در حالت تعادل است، تغییر فشار در یک طرف، ستون جیوه را به طرفی خواهد راند تا مجدداً به حالت تعادل برسد. در این حالت هر تغییری که در فشار یک طرف ایجاد شده باشد، مثلاً مقداری برفشار افزوده شده باشد، باید همان تغییر فشار در طرف دیگر نیز به وجود آمده باشد، یعنی فشار طرف دیگر نیز به‌همان اندازه افزوده شده باشد.

اکنون با استفاده از رابطه‌های (۸ ـ ۳۰)، (۸ ـ ۳۲) و با توجه به رابطه (۸ ـ ۳۵) داریم:

$$P_{\circ}' \frac{-\Delta H}{H + \Delta H} = P_{\circ} \frac{\Delta T}{T_{\circ}}$$

$$- P'_{\circ} T_{\circ} \Delta H = HP_{\circ} \Delta T + P_{\circ} \Delta H \Delta T$$

$$\Delta H (P'_{\circ} T_{\circ} + P_{\circ} \Delta T) = - HP_{\circ} \Delta T \qquad (۳۶ - ۸)$$

چون تغییر حجم هوای درون ظرف نسبت به حجم آن کوچک است، از رابطه (۸ ـ ۲۸) پیداست که $\Delta T << T_{\circ}$ است. در رابطه (۸ ـ ۳۶) $P_{\circ}$ و $P'_{\circ}$ در حدود یکدیگرند، زیرا باتوجه به رابطهٔ (۸ ـ ۳۳) تفاوت آنها ρgh است و h نیز بسیار کوچک است. بنابراین می‌توان از $P_{\circ} \Delta T$ در برابر $P'_{\circ} T_{\circ}$ چشم پوشید، لذا داریم:

$$\Delta T = - \frac{P'_{\circ} T_{\circ}}{HP_{\circ}} \Delta H \qquad (۳۷ - ۸)$$

اگر در رابطه‌بالا، به‌جای $P'_{\circ}$ مقدار آن را از رابطه (۸ ـ ۳۳) قرار دهیم، داریم:

$$\Delta T = - \frac{(P_{\circ} - \rho gh) T_{\circ}}{HP_{\circ}} \Delta H \qquad (۳۸ - ۸)$$

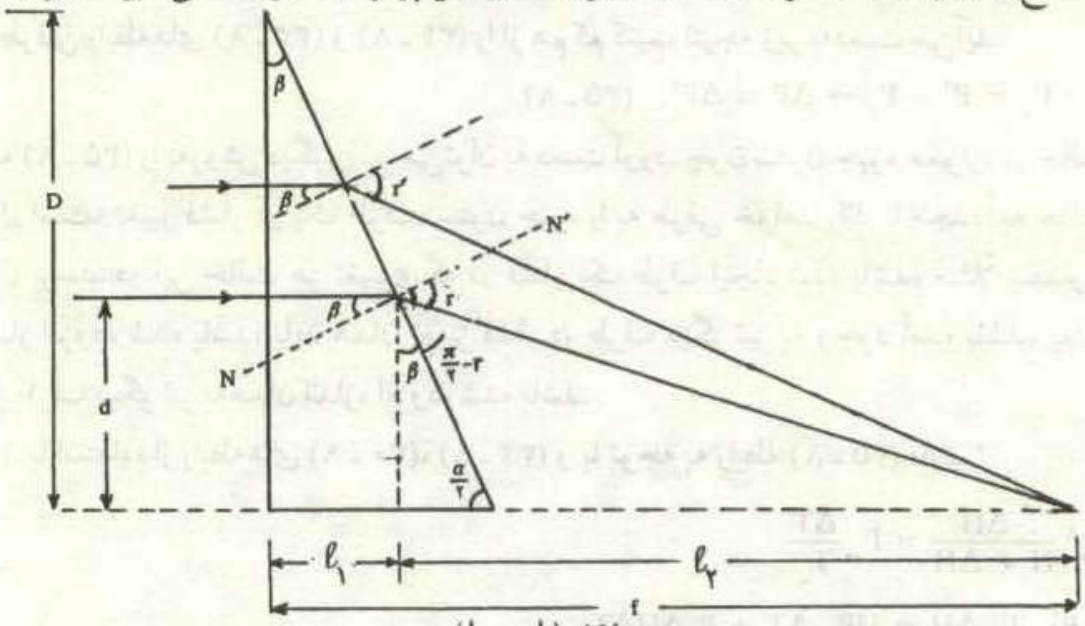
رابطه (۸ ـ ۳۸)، رابطه مورد نظر است که تغییرات دما را برحسب تغییرات ارتفاع هوای

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

بالای ستون جیوه به دست می‌دهد. توجه کنید که تغییرات دما و ارتفاع هوا، در دو جهت مخالف هم هستند زیرا، آشکار است که اگر دمای هوای درون ظرف بالا برود ($\Delta T > 0$)، افزایش فشار آن سبب بالا رفتن ستون جیوه می‌شود و در نتیجه ارتفاع هوای بالای ستون جیوه کم می‌شود، یعنی $\Delta H < 0$، خواهد بود.

۵ ـ پرتو نوری را درنظر می‌گیریم که به فاصله d از محور مخروط به قاعده آن می‌تابد. این پرتو روی صفحه‌ای است که از محور مخروط می‌گذرد و در شکل (۸ ـ ۸۰) نشان داده شده است. تمام پرتوهایی که به‌همین فاصله از محور مخروط به قاعدهٔ آن می‌تابد (محل تابش آنها دایره‌ای به شعاع d روی قاعده مخروط است) مسیری مشابه این پرتو در مخروط طی خواهد کرد.



شکل (۸ ـ ۸۰)

چون این پرتو عمود بر قاعده مخروط به آن می‌تابد، بدون شکست وارد مخروط می‌شود. خط NN′ را بر سطح مخروط عمود کرده‌ایم و پرتو نوری که وارد مخروط شده است با این خط زاویه β می‌سازد، زیرا دو ضلع این زاویه بر اضلاع زاویه β عمود است. این پرتو با زاویه r از مخروط خارج می‌شود و در نقطه‌ای به فاصله f از قاعده مخروط محور مخروط را قطع می‌کند. با استفاده از قانون شکست نور داریم:

$$\sin r = n \sin \beta \qquad (۳۹ ـ ۸)$$

پرتو نوری که به فاصله دیگری از مخروط به قاعده آن می‌تابد، با همان زاویه β به بدنه مخروط می‌خورد ولی چون این پرتو نیز در همان نقطه محور مخروط را قطع می‌کند، آشکار است که زاویه خروجی پرتو از مخروط تفاوت خواهد داشت و به‌جای r، زاویه r′ خواهد بود. بنابراین در رابطه (۸ ـ ۳۸) n مقدار ثابتی نخواهد داشت و باید به نحوی باشد، تا همه پرتوها در یک نقطه محور مخروط را قطع کنند. با استفاده از شکل (۸ ـ ۸۰) داریم:

$$f = \ell_1 + \ell_2 \qquad (۴۰ ـ ۸)$$

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

با استفاده از شکل داریم:

$$\ell_1 = (D - d)\,\mathrm{tg}\,\beta \qquad (۴۱ - ۸)$$

$$\ell_2 = d\,\mathrm{tg}\,(\frac{\pi}{2} - r + \beta) = d\,\mathrm{cotg}\,(r - \beta) = \frac{d}{\mathrm{tg}\,(r - \beta)} \qquad (۴۲ - ۸)$$

چون زاویه رأس مخروط بسیار بزرگ و نزدیک ۱۸۰ است، پس β زاویه کوچکی است و می‌توان نوشت:

$$\sin\beta \simeq \mathrm{tg}\,\beta \simeq \beta$$

چون ضریب شکست n نیز چندان بزرگ نیست و حدود ۲ است، پس زاویه شکست r نیز کوچک است و می‌توان نوشت:

$$\sin r \simeq r$$

در نتیجه رابطه (۸ ـ ۳۹) را می‌توان به‌صورت زیر نوشت:

$$r = n\beta \qquad (۴۳ - ۸)$$

اکنون با استفاده از رابطه‌های (۸ ـ ۴۰) تا (۸ ـ ۴۳) داریم:

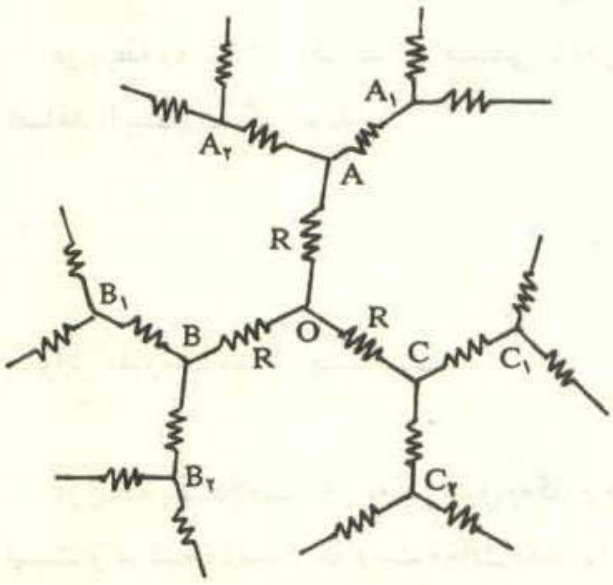
$$f = (D - d)\beta + d\,\frac{۱}{(n - ۱)\beta}$$

$$\frac{۱}{(n - ۱)} = \frac{\beta}{d}\,[f - (D - d)\beta]$$

$$n = \frac{d}{\beta}\,\frac{۱}{f - (D - d)\beta} + ۱ \qquad (۴۴ - ۸)$$

در رابطه (۸ ـ ۴۴) کمیتهای β، f و D مقادیر ثابتی هستند و ضریب شکست n برحسب d، فاصله از محور مخروط نشان داده شده است.

۶ ـ در شکل (۸ ـ ۸۱) قسمتی از مدار نشان داده شده است. از نقطه O سه مقاومت مشابه به نقاط A، B و C بسته شده است. به علت تقارن مدار، جریان در سه مقاومت **R** که میان نقطه **O** و سه نقطه مزبور بسته شده‌است، برابر است و بنابراین، پتانسیل نقاط یاد شده برابر است. در این صورت می‌توان بدون تغییر در مدار، این سه نقطه را به‌هم وصل کرد. به این ترتیب

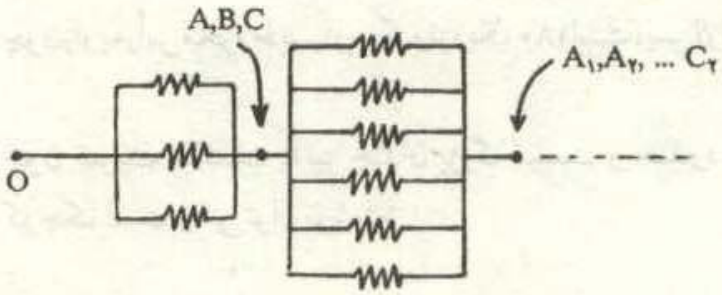


شکل (۸ ـ ۸۱)

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

سه مقاومت مشابه میان نقطه O و سه نقطه دیگر که به‌هم وصل شده‌اند بسته شده است، یعنی سه مقاومت مشابه موازی شده‌اند.



شکل (۸ ـ ۸۲)

با همین استدلال می‌توان دریافت که پتانسیل نقاط A_1، A_2، B_1، B_2، C_1 و C_2 نیز برابر است و می‌توان بدون تغییر در مدار، آنها را به‌هم وصل کرد. در این‌صورت ۶ مقاومت مشابه موازی شده‌اند. اگر این استدلال را ادامه دهیم، درمی‌یابیم که هر پله‌ای که جلو برویم، به تعداد دو برابر پله قبلی مقاومتهای مشابه موازی خواهیم داشت. این مقاومتهای موازی در شکل (۸ ـ ۸۲) نشان داده شده است و تعداد این پله‌ها بسیار زیاد است.

اکنون می‌توان دریافت که مقاومت میان نقطه O و سطح کره، از تعدادی مقاومت سری تشکیل شده است. داریم:

$$R_t = \frac{R}{3} + \frac{R}{6} + \frac{R}{12} + \ldots\ldots = \frac{R}{3}\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \ldots\right) \qquad (۸ ـ ۴۵)$$

در رابطه (۸ ـ ۴۵)، یک تصاعد هندسی با قدر نسبت $\frac{1}{2}$ وجود دارد. اگر تعداد جملات این تصاعد را بینهایت بگیریم داریم:

$$\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \ldots\right) = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} = 2$$

بنابراین مقاومت معادل چنین است.

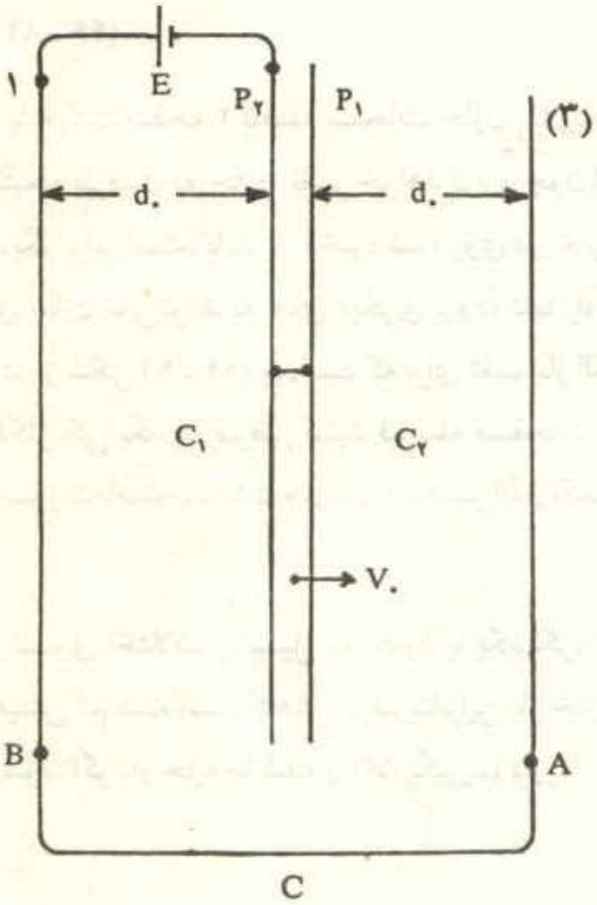
$$R_t \approx \frac{2R}{3}$$

در رابطه بالا علامت $\approx$ را به این دلیل به کار برده‌ایم که تعداد پله‌های شکل (۸ ـ ۸۲) بینهایت نیست و در نتیجه، مقدار مقاومت معادل دقیقاً برابر با $\frac{2R}{3}$ نخواهد بود.

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

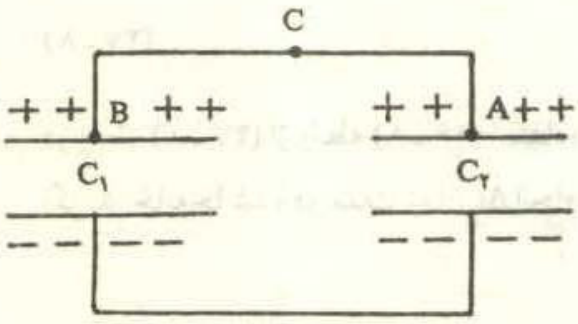
www.g-alm.ir

۷ ـ به جای صفحه ۲ که میان دو صفحه ۱ و ۳ قرار گرفته است، مطابق شکل (۸ ـ ۸۳) دو صفحه مشابه آن با فاصله کوچک و متصل به‌هم درنظر می‌گیریم. این دو صفحه را P_1 و P_2 می‌نامیم. صفحه (۱) و P_2 یک خازن تشکیل می‌دهند که به دو صفحه آن یک باتری به نیروی محرکه E وصل شده است. این خازن را C_1 می‌نامیم. دو صفحه (۳) و P_1 نیز یک خازن تشکیل می‌دهند که آن را C_2 می‌نامیم و به دو صفحه آن نیز همان باتری وصل شده است. زیرا صفحه (۳) از طریق سیم A C B به قطب مثبت باتری وصل شده است و صفحه P_1 نیز که به صفحه P_2 متصل است، به قطب منفی باتری وصل شده است. چون



شکل (۸ ـ ۸۳)

دو صفحه مثبت دو خازن (صفحات ۱ و ۳) به‌هم وصل شده است و دو صفحه منفی آنها نیز (صفحات P_1 و P_2) به یکدیگر متصل است، این دو خازن به‌طور موازی به یکدیگر وصل شده‌اند. بنابراین آنچه در شکل (۸ ـ ۸۳) آمده است را می‌توان با مدار شکل (۸ـ۸۴) نشان داد. در این‌شکل سیم A C B نیز



شکل (۸ ـ ۸۴)

نشان داده شده است. چون فاصله صفحات دو خازن C_1 و C_2 در ابتدا برابر با d_0 است، ظرفیت این خازنها برابر خواهد بود و در نتیجه بار هر دو یکسان است.

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

چون پس از پر شدن خازنها، باتری را قطع می‌کنیم، در آغاز حرکت صفحه ۲، بار دو خازن برابراست.اگر مساحت هر صفحه را A بگیریم، بار هر خازن در آغاز حرکت صفحه ۲ چنین است:

$$Q = EC = E\frac{\varepsilon_0 A}{d_0} \qquad (۴۶-۸)$$

با حرکت صفحه ۲ فاصله صفحات خازن C_1 زیاد و فاصله صفحات خازن C_2 کمتر می‌شود. در نتیجه ظرفیت دو خازن تغییر خواهد کرد و چون اختلاف پتانسیل دو خازن موازی همواره با یکدیگر برابر است، باید بار ذخیره شده روی دو خازن تغییر کند. علاوه برآن چون بارالکتریکی روی خازن نمی‌تواند به جای دیگری برود، تنها راه جابه‌جا شدن بارالکتریکی میان دو خازن است. از شکل (۸-۸۴) پیداست که برای تغییر بار الکتریکی یکی از خازنها، باید از سیم A C B بارالکتریکی بگذرد. فرض کنید فاصله صفحات خازن C_1 به اندازه Δd بیشتر شود، در این‌صورت فاصله‌صفحات‌خازن C_2 به‌همین‌اندازه کمترخواهد شد. ظرفیتهای جدید چنین است:

$$C'_1 = \frac{\varepsilon_0 A}{d_0 + \Delta d} \qquad C'_2 = \frac{\varepsilon_0 A}{d_0 - \Delta d}$$

تساوی اختلاف پتانسیل دو خازن با یکدیگر، ایجاب می‌کند که بارالکتریکی خازنی که ظرفیتش کم شده است کاهش یابد. بنابراین بار خازن C_1 کم شده و به بارخازن C_2 اضافه می‌شود. اگر بار جابه‌جا شده را ΔQ بگیریم، داریم:

$$\frac{Q - \Delta Q}{\varepsilon_0 A/(d_0 + \Delta d)} = \frac{Q + \Delta Q}{\varepsilon_0 A/(d_0 - \Delta d)}$$

$$(Q - \Delta Q)(d_0 + \Delta d) = (Q + \Delta Q)(d_0 - \Delta d)$$

$$2Q\Delta d - 2d_0\Delta Q = 0$$

$$\Delta Q = \frac{Q}{d_0}\Delta d = \frac{E\varepsilon_0 A}{d_0^2}\Delta d \qquad (۴۷-۸)$$

در رابطه (۸-۴۷) از رابطه (۸-۴۶) استفاده شده است.

اگر بار جابه‌جا شده در مدت زمان Δt انجام شده باشد، داریم:

$$\Delta d = V_0 \Delta t$$

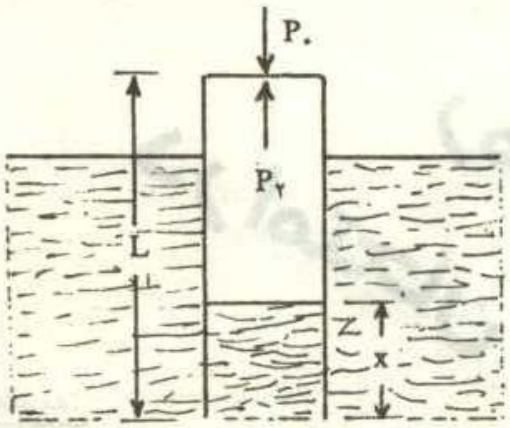
$$\Delta Q = \frac{E\varepsilon_0 A}{d_0^2} V_0 \Delta t$$

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{E\varepsilon_0 A V_0}{d_0^2}$$

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

۸ ـ هنگامی که لبه باز لولهٔ آزمایش با سطح مایع تماس پیدا می‌کند، هوای درون لوله که فشارش P_0 یعنی فشار جو است حجمی برابر با $V_1 = LA$ دارد. با فرو بردن لوله در مایع این هوا در لوله محبوس می‌شود و با توجه به شکل (۸ـ ۸۵) نهایتاً حجم آن به مقدار $V_2\ A\ (L=-X)$ می‌رسد. فشار هوای محبوس درون لوله را می‌توان با استفاده از قانون گاز کامل به دست آورد، داریم:



شکل (۸ ـ ۸۵)

$$P_2V_2 = P_0V_1$$

$$P_2 = \frac{P_0\,L\,A}{A\,(L-x} = \frac{L}{L-X}\,P_0 \qquad (۴۸ ـ ۸)$$

چون لوله آزمایش درحالت تعادل است، باید برآیند نیروهای وارد برآن صفر باشد. نیروهای وارد برلوله چنین است:

الف ـ نیروی حاصل از فشار هوای بیرون به میزان P_0A که به طرف پایین است.

ب ـ نیروی وزن لوله آزمایش به‌اندازه Mg که آن نیز به طرف پایین است.

ج ـ نیروی حاصل از فشار هوای درون لوله به میزان P_2A که به‌طرف بالاست.

د ـ نیروی ارشمیدس که به علت ناچیز بودن ضخامت دیواره لوله، قابل چشم‌پوشی است.

بنابراین داریم:

$$P_0A + Mg = P_2A = \frac{L}{L-x}\,P_0A$$

در رابطه بالا، از رابطه (۸ ـ ۴۸) استفاده شده است.

$$(L-x)\,(P_0A + Mg) = LP_0A$$

$$x = \frac{LMg}{P_0A + Mg}$$

پایان

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir